

## 利用數值最佳化方法估測系統之干擾分佈矩陣

# Estimate the Unknown Input Distribution Matrix by Using the Optimal Design Procedure

黃道祥<sup>1</sup> Tao-Shiang Huang

蔡俊智<sup>2</sup> Jiun-Jr Tsai

張瑋倫<sup>2</sup> Wei-Luen Chang

### 摘要

為了維持控制系統的完整性及安全性，故障監視與診斷的技術已被考慮使用於各個工程應用領域。在各種故障診斷系統設計的方法中，以模式為基礎的設計被廣泛的注意。由於動態系統中不可避免出現干擾或模式不準度，其將可能影響到診斷系統的正常運作，因此診斷系統必須具備足夠的強健性，讓診斷結果只與故障有關，而不會受到模式不準度的干擾。其中使用未知輸入觀測器的故障診斷設計是穩健式故障診斷系統的重要設計方法。不過，此種強健式的診斷系統設計的先決條件是要有已知的干擾分佈矩陣  $E$ ，Patton 等人曾提供了一套  $E$  矩陣的估測方法，但是僅限使用於感測器的數目等於系統狀態的數目，亦即輸出矩陣為可逆方陣的動態系統中，此項限制條件阻礙了矩陣  $E$  之估測技術的運用與發展，本論文提出一套新的  $E$  矩陣估計方法，即便是感測器的數量少於狀態的數目，其亦可藉由最佳化之步驟以估測出  $E$  矩陣。透過應用例的模擬結果，可說明了本設計方法是可行且有效的。

**關鍵詞：**故障診斷系統、以模式為基礎的故障診斷、殘值產生器、干擾分佈矩陣  $E$

### ABSTRACT

<sup>1</sup> 國立台灣海洋大學 輪機工程研究所系主任 聯絡地址:202 基隆市北寧路 2 號 國立台灣海洋大學輪機工程研究所;電話:02-24622192 轉 7100 E-mail:hds@mail.ntou.edu.tw

<sup>2</sup> 國立台灣海洋大學 輪機工程研究所 研究生 聯絡地址:202 基隆市北寧路 2 號 國立台灣海洋大學輪機工程研究所;電話:02-24622192

To ensure control system integrity and hence maintain safety, fault monitoring and diagnostic techniques are employed in many engineering areas. In all approaches of fault diagnostic system design, the model-based design method has received great attention. Since modeling error is inevitable which may deteriorate the function of a model-based fault diagnostic system, therefore, robustness of the fault diagnostic system is an important issue such that the diagnostic results should be immune to the disturbance or modeling error, only related to the present faults. Unknown Input decoupling approach is an important method for designing a robust fault diagnostic system. However, the robust fault diagnostic design required that the disturbance distribution matrix should be known in a priori. Patton et al provide a design procedure for the estimation of the disturbance distribution matrix, but this approach can only be used in the system with the output matrix is square and invertible, which means the number of independent sensors should be the same as the number of process states. This restriction obstructs the use and development of the estimation technique. In this paper, we provide a new design procedure to relax this restriction such that the disturbance distribution matrix can be estimated with lesser sensors. Simulation results demonstrate that the developed approach is practicable and effective.

**Keywords :** fault diagnosis system , model-based fault diagnosis ,  
robust residual generation , disturbance distribution matrix

## 壹、前言

由於硬體技術的發展，現代控制系統已經變得越來越複雜，且其控制方法也跟著漸趨艱難深奧，因此，控制系統的可利用性、經濟效益、可靠性、和操作安全也變得非常重要，所以不論是對安全性要求甚高的控制系統，諸如：核電廠、化學工廠、飛機；或者是一般常見的控制系統，例如：汽車、電車；這些系統中的安全性、可靠性皆十分重要。相對應的，線上監督（on-line supervision）和故障診斷系統（fault diagnosis system）之需求跟著漸漸擴大；在安全性要求甚高的系統中，故障是必須立刻被偵測診斷出來，如果未能立即診斷，那極有可能導致大災難和嚴重人員傷亡；對於一般系統而言，故障診斷也能助其改善經濟效益和可靠性；因此，故障診斷系統的設計是一個相當重要且值得探討之領域。

要探討故障診斷，當然要先定義什麼是故障錯誤（**fault**），在參考文獻<sup>[1]</sup>中，Patton & Chen 指明故障是系統中某種非預期的改變，它會影響系統正常運作，甚至會引發更嚴重的危險情況；所以，一個用來偵測和診斷故障錯誤的系統被稱為故障診斷系統。此系統通常包含下列三類工作：

① 故障偵測（**Fault detection**）：

當故障發生時能及時的現出指標以指示故障的發生。

② 故障區隔（**Fault isolation**）：

決定故障的位置和其所代表的意義。

③ 故障鑑定（**Fault identification**）：

估測故障之大小和形式，並找出發生故的原因。

雖然這三個工作之間相互關聯，不過一般而言，對一個實際系統中，故障偵測和故障區隔反而更重要，因而故障診斷系統主要可考慮成故障偵測和故障區隔，簡稱為（**Fault Detection and Identification**，**FDI**）。

故障診斷系統在設計方法上概可分為：

① 故障感測設計（**data driven approach**）

此種設計方法主要係採用特定之故障診斷感測器，或是以現有系統之量測資訊進行整合分析以監視系統之運轉狀態。在出現故障時，將故障感測器所檢測之訊號透過訊號處理工具，得出特徵量，根據此特徵量之類型以檢測及區隔故障狀況。由於感測器係針對特定之故障狀況而設立，故通常能快速而確實的估測出故障，然而如果感測器本身出現問題，整個故障診斷系統便失去功能，此為其重大的缺點。

② 知識庫的設計（**knowledge-based approach**）

知識庫的設計方法大多用於專家系統<sup>[6]</sup>；此需要以大量的知識和經驗為基礎，然後再進一步的去設計故障診斷系統；近年來熱門的類神經網路亦可利用於專家系統當中；不過，由於使用該設計方法時，需要大量的知識和經驗做為基礎，因此，對一個知識和經驗都生疏的設計者而言是相當困難的。

③ 解析性的設計（**analytical approach**）

解析性的設計則以動態系統之數學模式為基礎；藉由將可獲得的系統量測訊息和利用數學模式所估測出來的訊息做差異比較，來決定是否有故障的產生。以模式為基礎的故障診斷系統（**model-based fault diagnosis**）之優點是不需要多花經費於加裝硬體元件，例如感測器，去架構故障診斷系統，而是使用軟體設計來估測故障，既節省經濟成本且有效。

在以模式為基礎的故障診斷系統這大領域中，還有一些研究上的分流，在此

簡略的敘述一下：

① 以觀察器為基礎之故障診斷設計 (Observer-based FDI approach)：

Clark 及其工作夥伴首先利用 Luenberger 觀察器 (Luenberger observer)來做故障錯誤偵測<sup>[2]</sup>、和各種感測器故障錯誤隔離<sup>[3,4,5]</sup>；接下來 Frank 的回顧論文<sup>[6]</sup>中更加詳細的介紹這個設計方法。

② 穩健式故障診斷與區隔設計(Robustness Problem in FDI)：

Leininger<sup>[7]</sup>指出了模式不準度 (modeling errors) 對 FDI 之性能的影響，然而最早嘗試改良觀察器故障診斷設計的穩健性 (robustness) 是 Frank 和 Keller 二人 [8]。

③ 使用未知輸入觀察器之故障診斷設計 (Robust FDI using Unknown Input Observer)：

為了解決穩健 FDI 的問題，Watanabe 和 Himinelblau<sup>[9]</sup>介紹了一個利用未知輸入觀測器 (Unknow Input Observer, UIO) 而建立的穩健感測器故障偵測方法；且許多學者也後續的做了深入的研究。

④ 指定特徵結構之穩健故障診斷設計(Robust FDI via Eigenstructure Assignment)：

Patton、Willcox 和 Winter<sup>[10]</sup>利用指定特徵結構之的方法來做 FDI，其特徵結構之選擇條件即考慮了去除結構性及非結構性的不確定性對故障診斷之影響。

在以模式為基礎的故障診斷系統中，藉由經過差異比較而得到的計算量稱之為殘值(residual)，此數量與故障有關。理想的設計上，無故障發生時殘值為零，故障出現時則殘值不為零。實用的設計上則對殘值設置一個臨限 (threshold)，以便有效的偵測出故障，而且大量的殘值被設計成為擁有對系統中發生在不同位置的故障之特殊的靈敏度，一旦殘值超越了臨限值，就會自動區隔出故障所在的位置。

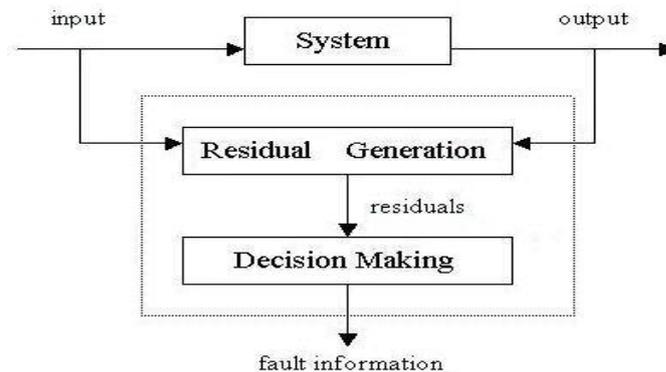


圖 1 模式為基礎的故障診斷系統之架構

圖 1 畫出了以模式為基礎的故障診斷系統的架構，這架構中包含兩個主要階段：

① 殘值產生器 (Residual Generation)：

目的是要產生故障的指示訊號—殘值；它在沒有故障產生時，其數值幾乎為零；一旦有故障錯誤產生，此系統立刻產生數值。用來產生殘值的設計方法稱為殘值產生器，因此殘值產生器會從系統中萃取出錯誤徵兆，且這些錯誤徵兆常以殘值的方式來呈現；爲了要確定 FDI 的可靠性，錯誤訊息必須要儘可能的被殘值產生器萃取出來。

② 做出決定 (Decision-Making)：

殘值被用來偵測錯誤，一旦有錯誤產生，它就會被提供成爲決定過程中的參考指標；一個決定的過程可能包含一個簡單的臨限值測試，如果殘值超過這臨限值，就宣告故障發生，然後依據故障區隔之分析結果確認故障大小以及故障所在的位置。

由於實際的系統中往往存在著不可避免的干擾 (disturbance) 或不確定性，如模式不準度，這會影響以模式為基礎的故障診斷系統的運作；在研究上，這些動態模式的差異量常統合成爲未知輸入 (Unknown input)，如果此未知輸入的影響方向爲已知，則可以利用未知輸入觀測器 (UIO) 的設計方法來將系統中的干擾解耦。運用此種 UIO 設計的殘值產生器便可達成不受未知輸入干擾的穩健式故障診斷設計。

在 Patton & Chen<sup>[1]</sup>提供的方法雖然能有效的估測出干擾分佈矩陣，但僅限於輸出矩陣  $C$  爲滿秩的系統中，亦即感測器的數量至少要等於系統狀態的數目，此一限制條件也大大的限制了 Patton & Chen 方法的適用範圍。本研究嘗試放寬此條件，期望能在感測器的數量少於系統狀態的數目的一般情況下，仍然能夠合理的估計出干擾分佈矩陣。

在本論文中於第二章說明了系統干擾分佈矩陣的估計方法，由於求解的過程中使用到未知輸入觀測器，此將於第三章內說明，第四章內引用了飛機的數學模式進行模擬，討論中比對了不同的系統干擾分佈矩陣所對應之殘值以確認最適當的估計結果，並於第五章做出結論。

## 貳、系統干擾分佈矩陣之估計

### 2.1 系統干擾分佈矩陣之簡介

穩健 FDI 系統之設計採用的是線性動態模式，然而實際的系統經常是非線

性，而且對複雜的系統而言，要獲得較精準的數學模式更有其困難，因此，要如何提供一個較合理的線性化模式去設計 FDI 讓它能有效的發揮故障診斷的功能，讓故障診斷的結果不致於因為模式不準度等而干擾到故障診斷的品質是穩健 FDI 設計的主要目標。

在故障診斷的設計上，一個典型的線性系統數學模式可以表示如下：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + R_1 f(t) + Ed(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + R_2 f(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中  $x(t)$  為狀態， $u(t)$  為致動輸入， $y(t)$  為感測器輸出， $f(t)$  為故障， $d(t)$  則為系統之干擾，其中  $Ed(t)$  是用來表達系統中的不確定性，或是外在之干擾對系統之影響， $d(t) \in R^q$  稱為未知輸入(unknown input)；係數矩陣  $E \in R^{n \times q}$  又稱為系統干擾分佈矩陣，其顯示了  $d(t)$  對系統狀態影響之方向。

在(1)中，很明顯的， $Ed(t)$  和  $R_1 f(t)$  這兩項均會影響系統，所以如果矩陣  $E$  是未知的，就很難去分辨它們各別對系統之影響，在故障診斷設計上只好由  $f(t)$  與  $d(t)$  在頻譜分佈上的差異上加以考慮以區隔之；如果矩陣  $E$  為已知，其可透過適當的設計將  $d(t)$  之影響去除，使其不致干擾到故障診斷的功能。亦即一旦干擾分佈矩陣確立，殘值中的干擾成分就可以被解耦合，如此便可達成穩健可靠的 FDI。不過，在實務的 FDI 系統設計還是有兩個問題必須考慮和解決：

- ① 如果對系統中的不確定性一無所知，那要如何讓  $Ed(t)$  此項去描述實際上的不確定性？
- ② 要如何讓  $Ed(t)$  此項和干擾分佈矩陣能夠被近似的決定出來？

因此，以上兩個問題需要合理的解決，不然，以去除干擾效應為背景架構的穩健 FDI 設計方法會將備受限制。要能達到去除干擾之目標的重點在於干擾分佈矩陣  $E$  是必須已知；然而，大多實際系統中的不確定性常以多種樣式呈現，例如：模式不準度、參數變動，且矩陣  $E$  也往往是未知的；所以要如何獲得一個合理的干擾分佈矩陣是本文探討的重點議題。Patton & Chen 在設計干擾分佈矩陣中[11] 提供了一套可行的辦法，且他們在一些實際的例子中，例如：飛機引擎系統[12]、核反應器[13]，證明了他們的方法可有效的被運用。

## 2.2 干擾和干擾分佈矩陣的估測

為了估計干擾的效應，暫定沒有任何故障錯誤進入系統，(1)式中的狀態方

程式改寫如下：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + d_1(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中  $d_1(t)$  是代表系統之干擾，如果  $d_1(t)$  此項可以獲得，那我們將可對  $d_1(t)$  再進行分析找出干擾訊號的方向性，亦即進一步分解成  $Ed(t)$ ，如此便可得到干擾分佈矩陣。以下討論如何獲得  $d_1(t)$ ？如何把  $d_1(t)$  分解成  $Ed(t)$ ？

① 利用擴增觀測器（augmented observer）來估測干擾向量

首先假設  $d_1(t)$  是隨時間非常緩慢的變化之向量，即  $d_1(t) \approx 0$ ，系統數學模式以擴增形式改寫成：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{d}_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ d_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (3)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ d_1(t) \end{bmatrix} + Du(t) \quad (4)$$

如果我們可以獲得系統的真实輸入和輸出  $\{u(t), y(t)\}$ ，則以(3)式和(4)式所敘述的系統而建立出來的觀測器可以用來估測  $d_1(t)$  這一項；一旦獲得  $d_1(t)$ ，便可以再進一步的得到有關干擾分佈矩陣的資訊。不過，另一個相對應而生的問題是這個擴增系統有可能是不可觀測的。這個系統的觀測性矩陣如下：

$$W_0 = \begin{bmatrix} C & 0 \\ CA & C \\ CA^2 & CA \\ \vdots & \vdots \\ CA^n & CA^{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C \\ 0 & CA \\ \vdots & \vdots \\ 0 & CA^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ A & I_n \end{bmatrix}$$

進一步的，我們可以推算出：

$$\text{rank}(W_0) = \text{rank}(C) + \text{rank}\left(\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}\right) \quad (5)$$

(3)&(4)式中所敘述的系統若且惟若 (if and only if) 在  $\text{rank}(W_0)=2n$  時才會可觀測；所以很明顯的，一般系統若且惟若  $\text{rank}(C)=n$  時才會可觀測，且矩陣對 (matrix pair)  $\{C, A\}$  也是要可觀測的。 $\text{rank}(C)=n$  意指感測器之數目必須要等於系統狀態的數目，此項的要求明顯的限制了我們對估測干擾向量之技術的使用。

② 衍生干擾分佈矩陣的方法

利用前面所提供的方法可以得到  $d_1(t)$ ，但我們最終的目標是要把  $d_1(t)$  表示成  $Ed(t) = d_1(t)$  的型式。一般而言， $E$  和  $d$  之間的組合有很多種，不過目前我們所考慮的穩健 FDI 只需要了解  $E$  的架構即可，而  $d(t)$  可以任意的選擇。利用擴增觀測器，我們會得到干擾向量  $d_1(t)$  的估測值，經過  $M$  次取樣後，其搜集之資料向量  $\{\hat{d}_1(1) \hat{d}_1(2) \dots \hat{d}_1(M)\}$  會呈現  $d_1(t)$ ；如果在所有的  $i=1,2,\dots,M$  中，向量  $\hat{d}_1(t)$  之方向 (the direction of the vector  $\hat{d}_1(t)$ ) 只有稍微的改變，那我們可以相信  $E$  是一組向量而  $d(t)$  是個任意的 scalar function， $E$  可以近似的表達為  $E = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \hat{d}_1(k)$ ；不過，很有可能的， $d_1(k)$  不能假設成一組常數方向的向量 (a constant direction vector)，例如：在所有的  $i=1,2,\dots,M$  中，向量  $\hat{d}_1(i)$  之方向有很大的差異；所以在這種情況下，還是要將向量  $d_1(k)$  表達為  $d_1(k) = Ed(k)$ ，而  $E \in R^{n \times q}$  是個常數矩陣，我們可以先架構出：

$$\Omega = [\hat{d}_1(1) \quad \hat{d}_1(2) \quad \dots \quad \hat{d}_1(M)] \quad (6)$$

$\Omega$  的最大秩數為  $n$ ，意思就是說：線性獨立行的列數最多為  $n$ ；當然的，我們希望  $\Omega$  中有些向量會非常接近其它的向量以致於可以被省略；因此， $\Omega$  中最多  $q$  個

線性獨立行可以被用來架構  $\Omega_c$ ，即：

$$\Omega_c = [\hat{d}_1(i) \quad \hat{d}_1(j) \quad \cdots \quad \hat{d}_1(k)] \in R^{n \times q} \quad (7)$$

但要如何獲得一個  $\Omega$  的近似值呢？其中的一個方法是去得到一個秩為  $q$  的矩陣  $\Omega_c$ ，起初用來當作和  $\Omega$  同維度的近似值  $\Omega_0$ ；表示如下：

$$\underset{\text{rank}(\Omega_0)=q}{\text{Min}} \|\Omega - \Omega_0\|_F^2 \quad (8)$$

(8)式中的最佳化解可以利用對  $\Omega$  做奇異值分解(Singular Value Decomposition)來獲得：

$$\Omega = U[\text{diag}(\sigma_1, \cdots, \sigma_n), 0]V^T \quad (9)$$

其中  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_n$  是  $\Omega$  的奇異值。所以接下來  $\Omega_0$  可以被架構出來：

$$\Omega_0 = U[\text{diag}(\sigma_1, \cdots, \sigma_q, 0, \cdots, 0), 0]V^T \quad (10)$$

其中  $q$  是用  $\sigma_i$  ( $i = q+1, \cdots, n$ ) 的量來做決定，例如： $\sigma_n \leq \sigma_{n-1} \leq \cdots \leq \sigma_{q+1} \leq \varepsilon$

， $\varepsilon$  是依照設計者所決定的一個微小值；近似值之間的誤差可以由下計算：

$$\|\Omega - \Omega_0\|_F^2 = \sum_{i=q+1}^n \sigma_i^2$$

；對於一個良好的近似值而言，應該： $\sum_{i=1}^q \sigma_i^2 \gg \sum_{i=q+1}^n \sigma_i^2$ ；

接下來的步驟是去得到我們要的干擾分佈矩陣；首先讓  $\Omega_0$  分解成  $\Omega_0 = \Omega_1 \Omega_2$ ，其中  $\Omega_1 \in R^{n \times q}$  是個行滿秩之矩陣，且  $\Omega_2 \in R^{q \times M}$ 。而從(6)式中可以得到：

$$\begin{aligned} \Omega &= [\hat{d}_1(1), \hat{d}_1(2), \cdots, \hat{d}_1(M)] = [Ed(1), Ed(2), \cdots, Ed(M)] \\ &= E[d(1), d(2), \cdots, d(M)] \end{aligned} \quad (11)$$

然而：

$$\Omega \approx \Omega_0 = \Omega_1 \Omega_2 \quad (12)$$

因此，比對之下我們要的最佳化分佈矩陣為  $\Omega_1$ ，而  $\Omega_1$  即為有意義之奇異值組所對應之  $[U_1, \dots, U_q]$ 。

在 Patton & Chen 的方法中， $rank(C) = n$  這項需求限制了干擾分布矩陣  $E$  之估測的技術使用與發展，因為它要求系統之狀態方程式中的矩陣  $C$  為滿秩；然而，在許多實際情況下，系統中的矩陣  $C$  通常並非滿秩，所以就無法得到干擾分布矩陣  $E$ ，更別說再進一步的去設計 FDI；因此，為了合理且有效的解決這個需求限制之問題，本文提出下述之設計方法來改善。

### 2.3 對干擾分佈矩陣 $E$ 之估測的改善方法

由於需要做資料擷取，故考慮系統為離散之型式，若把不可避免的干擾、模式不準度...等效應歸納為未知輸入項（unknown disturbance term） $d_1(k)$ ，其中  $d_1(k) = Ed(k)$  則狀態方程式為：

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) + d_1(k) \\ y(k) = C_d x(k) \end{cases} \quad (13)$$

其中  $A_d, B_d$  是有適當維度的矩陣，而  $C_d$  可為不是滿秩的矩陣， $k=0,1,2,\dots,k$  為離散時間，於是對(13)式中的系統所架設的觀測器為：

$$\hat{x}(k+1) = (A_d - LC_d)\hat{x}(k) + Ly(k) + B_d u(k) + d_1(k) \quad (14)$$

其中  $L$  是觀測器增益值， $E_d$  為干擾分布矩陣，令估測誤差為  $e(k) = x(k) - \hat{x}(k)$ ；在離散時間  $k$  下，我們對該式的兩邊同乘一個矩陣  $C_d$ ，因此可以改寫成：

$$C_d e(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (15)$$

而(15)式之通解爲：

$$e(k) = C_d^T (C_d C_d^T)^{-1} [y(k) - \hat{y}(k)] + \text{Null}(C_d) * K \quad (16)$$

其中  $K$  是一個待定係數矩陣。

同樣的方法，在離散時間  $k+1$  下，(16)式可改寫爲：

$$e(k+1) = C_d^T (C_d C_d^T)^{-1} [y(k+1) - \hat{y}(k+1)] + \text{Null}(C_d) * K \quad (17)$$

接下來，再將(16)和(17)式套回(14)式中進行一連串的數學運算處理，最後獲得了以下該式：

$$e(k+1) = (A_d - LC_d)e(k) + d_1(k) \quad (18)$$

或者  $d_1(k)$  可表示爲：

$$d_1(k) = e(k+1) - (A_d - LC_d)e(k) \quad (19)$$

由於  $e(k+1)$ 、 $e(k)$  可由(16)和(17)式藉由觀測器來獲得，所以代入(19)式中便可以很快的得到  $d_1(k)$  這一項。

在依據本節所述對資料矩陣  $\Omega = [d_1(0) \ d_1(1) \ \dots \ d_1(k)]$  取奇異值分解 (Singular Value Decomposition, SVD)：

$$E_d [d(0) \ d(1) \ \dots \ d(k)] = U \Sigma V^T = [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} \Sigma_1 & \\ & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中  $\Sigma_1 = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_m)$ ， $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_m \geq 0$  是奇異值。

所以干擾分佈矩陣  $E_d$  由  $U_1$  來做決定，而  $[d_1(0) \ d_1(1) \ \dots \ d_1(k)] = \Sigma_1 V_1^T$ 。

以上  $d_1(k)$  能否正確估計的決定因素在於(16)式中待定係數  $K$  之確切數值，此可透

過最佳化的步驟來獲得最佳之係數值  $K$ ，亦即：

- ① 選定初始之  $K$ ，例如： $K = [0]$ 。
- ② 利用狀態觀測以得到  $\hat{y}(k)$ ，再利用  $y(k) - \hat{y}(k)$  代入(26)和(27)式反算出  $e(k)$ 、 $e(k+1)$ ，並依據(19)式以計算  $\hat{d}_1(t)$ ；並據以估計出該組資料對應之干擾分佈矩陣。
- ③ 步驟②得到之干擾分佈矩陣搭配原 nominal model  $\{A, B, C\}$ ，遵循 UIO 的設計方法，如第三章所述並計算出此組設計結果之殘值。
- ④ 以殘值向量之平方和（對應於殘值向量之總能量）做為成本函數（cost function），調整係數矩陣  $K$ ，回到步驟②做新的干擾分佈矩陣之估計，並計算所對應之殘值能量（residual energy），若干擾分佈矩陣之估計越精確，對應之殘值能量就越小，如此逐步收斂到最適當的係數矩陣  $K$ ，以獲得最小的殘值能量，則其對應之干擾分佈矩陣就被確定了。

### 叁、以觀測器為基礎的穩健殘值產生器

殘值產生器是模式為基礎的故障診斷系統中的核心探討議題，以下討論的是眾多殘值產生器的設計方法中的一種，稱為以觀測器為基礎之設計(observer-based approaches)，由於它廣泛的被接受和運用、且都可以套用於連續或離散系統中，所以以此方法來進行探討。

它的基本想法是運用 Luenberger 觀測器的方法來估測系統的狀態與輸出，且輸出估測誤差常被用來當做殘值。一個廣義的 Luenberger 觀測器所設計的殘值產生器(簡稱為未知輸入觀測器，UIO)之架構如下[14]：

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + Ky(t) + Ju(t) \\ r(t) = L_1z(t) + L_2y(t) + L_3u(t) \end{cases} \quad (21)$$

其中  $z(t) \in R^q$  是廣義觀測器的狀態向量， $F$ 、 $K$ 、 $J$ 、 $R$ 、 $G$  和  $S$  是有適當維度的矩陣， $r(t)$  為殘值。

為了去除未知輸入項對觀測器輸出造成干擾，在參考文獻<sup>[15]</sup>中指出了(21)式必須要滿足以下的條件才能去設計得到以 UIO 為基礎之穩健殘值產生器：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{具有穩定之特徵值} \\ TE = 0 \\ TA - FT = KC \\ J = TB - KD \\ L_1T + L_2C = 0 \\ L_3 + L_2D = 0 \end{array} \right. \quad (22)$$

不過先決條件是原系統必須是可觀測的，那才會有(21)式的殘值產生器存在，不然，若是系統為不可觀測，那會無法建立有效的觀測器去診斷故障。

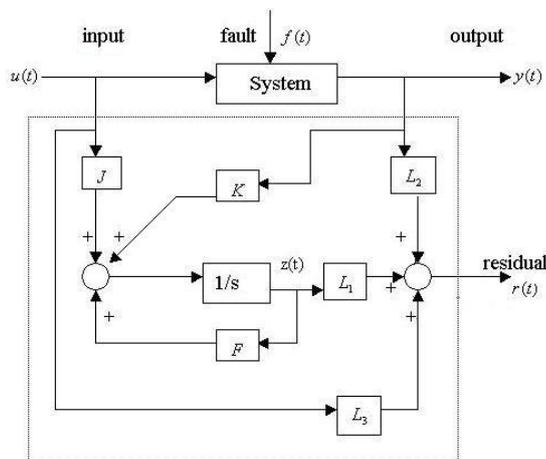


圖 2 以 UIO 為基礎之穩健殘值產生器

在設計中可選擇  $T=I-HC$ ，以滿足  $TE=0$ ，其中  $H = E[(CE)^T(CE)]^{-1}(CE)^T$ ；並令  $K = K_1 + K_2$  且指定  $K_1$  為極點配置中之設計值， $K_2 = FH$ 。則(22)式改變為

$$\left\{ \begin{array}{l} TE=0 \\ TA-FT=KC \\ J=TB-KD \\ L_1 = -C \\ L_2 = I - CH \\ L_3 = -L_2D \end{array} \right. \quad (23)$$

因此 UIO 的設計流程可以整理如下述[1]，而透過(21)式中的殘值產生器可以得到所需要的殘值。

UIO 之設計流程：

- ① 確認矩陣  $E$  和  $CE$  的秩數 (rank) 狀況：如果  $rank(CE) \neq rank(E)$ ，則 UIO 不存在，進入第⑨步。
- ② 計算矩陣  $H$ 、 $T$  和  $A_1$ ：

$$H = E[(CE)^T CE]^{-1}(CE)^T \quad T = I - HC \quad A_1 = TA$$

- ③ 確認  $(C, A_1)$  觀測性(observability)：
  - 如果  $(C, A_1)$  是可觀測的，那 UIO 存在進入第⑧步
  - 如果  $(C, A_1)$  存在不可觀測項，則進入第④步檢查其局部可觀測的。
- ④ 建立一個轉換矩陣  $P$  做可觀測型式分解：
  - 其對應之型式如下：

$$PA_1P^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{12} & A_{22} \end{bmatrix} \quad CP^{-1} = [C^* \quad 0]$$

- ⑤ 確認  $(C^*, A_1)$  的可偵測性：
  - 如果可觀測部份(矩陣  $A_{22}$ )的特徵值具不穩定根，則 UIO 不存在而進入第⑨步。
  - 如果矩陣  $A_{22}$  中的特徵值均為穩定，則系統為可偵測，便可進入第⑥步。
- ⑥ 選擇需要的特徵值以對  $A_{11} - K_p^1 C^*$  去進行極點配置，以圖得到  $K_p^1$ 。
- ⑦ 計算  $K_1 = P^{-1}K_p = P^{-1} \left[ (K_p^1)^T \quad (K_p^2)^T \right]^T$ ，而  $K_p^2$  可以是任意的矩陣。
- ⑧ 計算矩陣  $F$  和  $K$ ：

$$F = A_1 - K_1 C \quad K = K_1 + K_2 = K_1 + FH。$$

- ⑨ 殘值產生器之係數矩陣可選(24)。

$$L_1 = -C \cdot L_2 = I - CH, L_3 = -L_2D \quad (24)$$

此種設計之殘值產生器具有消除干擾之功能，如果第二章中估計的干擾分佈矩陣夠準確，則(21)式的殘值將為零，如果估計的干擾分佈矩陣並不準確，則(21)式的設計並無法有效的去除未知輸入的影響，在殘值上將記錄下其影響之效應。干擾分佈矩陣差異越大，殘值將越明顯，因此可以將殘值之累積能量作為目標函數，利用數值最佳化的方法以求取最小殘值能量所對應的干擾分佈矩陣作為最佳估計結果。

### 肆、模擬結果

【設計實例】飛機側向控制系統(Aircraft Lateral Control System) [16]考慮一 F-16 戰機側向動態之線性化模式，本系統以副翼致動器 (aileron actuator) 及尾舵致動器 (rudder actuator) 為輸入訊號，輸出訊號為 bank angle ( $\phi$ ) 及 sideslip angle ( $\beta$ )。經過處理後之線性化模式係數矩陣如下列：

$$A = \begin{bmatrix} -0.3220 & 0.0640 & 0.0364 & -0.9917 & 0.0003 & 0.0008 \\ 0 & 0 & 1 & 0.0037 & 0 & 0 \\ -30.6492 & 0 & -3.6784 & 0.6646 & -0.7333 & 0.1315 \\ 8.5395 & 0 & -0.0254 & -0.4764 & -0.0319 & -0.0620 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -20.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -20.2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -0.01 & -5.47 \\ -0.168 & 51.71 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

假設讓此系統的輸入訊號為  $u(t) = [\sin(t) \quad \exp(-t)]$ ，  
取樣週期為 0.01 秒，

輸入干擾為  $d(t) = 0.1 + \exp(-t)$ ，

極點配置所需之極點為  $[0.9 \ 0.8 \ 0.8 \ 0.6 \ 0.1 \ 0.1]$

且假設用來做最後結果比較的干擾矩陣  $E = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。

因為此系統為連續系統，所以先做z轉換讓系統轉為離散系統；所以可得到  $A_d, B_d, C_d, E_d$  四個離散系統矩陣如下：

$$A_d = \begin{bmatrix} 0.9963 & 0.0006 & 0.0004 & -0.0099 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0015 & 1.0000 & 0.0098 & 0.0001 & -0.0000 & 0.0000 \\ -0.3001 & -0.0001 & 0.9638 & 0.0080 & -0.0065 & 0.0012 \\ 0.0851 & 0.0000 & -0.0002 & 0.9948 & -0.0003 & -0.0006 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8171 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8171 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -0.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0005 \\ 0.0000 & -0.0001 \\ -0.0001 & -0.0495 \\ -0.0015 & 0.4682 \end{bmatrix}, \quad C_d = \begin{bmatrix} 0 & 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_d = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0100 \\ -0.0000 \\ 0.0000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

然後用 MATLAB 軟體來撰寫程式以得出系統之動態響應。在進行 E 矩陣估計時，假設 E 矩陣未知，使用本文所提出的數值最佳化方法來估計之，在獲得最小的殘值能量所對應的結果如下表所示：

利用數值最佳化方法估測系統之干擾分佈矩陣

系統輸出矩陣 C	感測器 數量	估計之干擾 分佈矩陣	夾角	殘值
$\begin{bmatrix} 0 & 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	6	$\begin{bmatrix} 0.0003 \\ 1.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$	0	0
$\begin{bmatrix} 0 & 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 57.2978 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	5	$\begin{bmatrix} 0.0003 \\ 1.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$	0	0
$\begin{bmatrix} 0 & 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	4	$\begin{bmatrix} -0.0003 \\ 1.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$	0	0
$\begin{bmatrix} 0 & 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	3	$\begin{bmatrix} 0.0003 \\ 1.0000 \\ 0.0001 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$	0.16	0.0016
$\begin{bmatrix} 0 & 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	2	$\begin{bmatrix} 0.4760 \\ -0.3128 \\ 0.7768 \\ 0.2669 \\ -0.0306 \\ 0.0037 \end{bmatrix}$	71.8	71.7778

表中之夾角為估計干擾分佈矩陣與假設干擾分佈矩陣間之夾角，殘值為未知輸入觀測器的殘值產生器所計算出之殘值總能量。結果顯示系統的狀態數量為 6，即使當感測器數量減少為 3，本文建議的方法依然能夠有效的估計出干擾分佈矩陣。

## 伍、結論

### 5.1 結論

面對漸行複雜之動態系統，故障診斷也顯得越來越重要。在各種診斷系統的設計方法中，以模式為基礎的診斷系統設計是時下研究中一個主要的研究脈落。而 UIO 的設計方式是獲得穩健 FDI 系統的重要設計方法。此方法能有效的前提，是要有未知輸入對系統之影響的方向性訊息，亦即干擾係數矩陣  $E$ 。Patton 等人所提的  $E$  矩陣估計方法中潛藏了重大的限制，亦即感測器之數量必須等於系統狀態的數量，此項要求限制了實際系統  $E$  矩陣之取得。本研究透過觀測器之狀態估計誤差中，引入輸出矩陣  $C_d$  之 *Null* 空間訊息，嘗試透過最佳化過程，在  $E$  矩陣之可能解空間內，比對其 UIO 設計結果之殘值的能量，以期獲得最小殘值能量所對應之  $E$  矩陣。

模擬之結果顯示了即使在感測器數量小於狀態數量，文中提出之方法仍可以有效估計出合理的  $E$  矩陣方向，當然，隨著系統中的感測器減少，所能量測到的訊息亦減少，以致於讓  $E$  矩陣之估計變得準確度下降；換言之，對實際的系統，只要有系統合理之模式，本研究所提出的方法可以在限定感測器數目下得到合理的  $E$  矩陣，以方便後續之 UIO 為基礎之故障診斷系統設計。

## 參考文獻

1. Patton, Ron J. and Chen, J., "Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems", Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London, 1999.
2. Clark, R. N., Fosth, D. C. and Walton, V. M. (1975), "Detecting Instrument Malfunctions in Control Systems", *IEEE Trans. Aero. Electron. Syst. AES-11*: 465-473.
3. Clark, R. N. (1978a), "Instrument Fault Detection", *IEEE Trans. Aero. Electron. Syst. AES-14*: 456-465.
4. Clark, R. N. (1978b), "A Simplified Instrument Failure Detection Scheme", *IEEE Trans. Aero. Electron. Syst. AES-14*: 558-563.
5. Clark, R. N. (1979), "The Dedicated Observer Approach to Instrument Failure Detection", Proc. of The 18th IEEE Conf. on Decision & Control, Fort

- Lauderdale, Fla., pp. 237-241.
6. Frank, P. M. (1987), "Fault Diagnosis in Dynamic System via State Estimation – a survey, in Tzafestas", Singh and Schmidt (eds), System Fault Diagnostics, Reliability & Related Knowledge-based Approaches, D. Reidel Press, Dordrecht, pp. 35-98 (Vol. 1).
  7. Leininger, G. G. (1981), "Model Degradation Effects on Sensor Failure Detection", Proc. of the 1981 Joint Amer Control Conf, Charlottesville, VA, pp. Paper FP-3A (Vol.3).
  8. Frank, P. M. and Keller, L. (1981), "Sensitivity Discriminating Observer Design for Instrument Failure Detection", IEEE Trans. Aero. Electron. Syst. AES-16:460-467.
  9. Watanabe, K. and Himmelblau, D. M. (1982), "Instrument Fault Detection in Systems with Uncertainties", *Inf. J. Sys. Sci.* 13(2):137-158.
  10. Patton, R. J., Willcox, S. W. and Winter, S. J. (1986), "A Parameter Insensitive Technique for Aircraft Sensor Fault Analysis", Proc. of the AIAA Conf. on Guidance, Navigation & Control, Williamsburg, Va., pp. 86-2029-CP. Also published in a revised form on J. of Guidance, Control & Dynamics, Vol.10, No. 3, 359-367, 1987; translated into Russian and re-published in *J. of Aero. And Space Techno.*, 82-91, August 1988.
  11. Patton R. J., Zhang, H. Y. and Chen, J. (1992), "Modeling of Uncertainties for Robust Fault Diagnosis", Proc. of the 31st IEEE Conf. on Decision & Control, Tucson, Arizona, pp. 921-926.
  12. Patton, R. J. and Chen, J. (1991a), "Detection of Faulty Sensors in Aero Jet Engine Systems Using Robust Model-Based Methods", IEE Colloquium on "Condition Monitoring for Fault Diagnosis". IEE Colloquium Digest No. 1991/156.
  13. Patton, R. J., Chen, J. and Millar, J. H. P. (1992), "Robust Fault Detection for a Nuclear Reactor System: A Feasibility Study", Preprints of IFAC Int. Sympo. "On-line Fault Detection and Supervision in the Chemical Process Industries", Delaware, USA, pp. 120-125.
  14. Patton, R. J. and Chen, J. (1997), "Observer-Based Fault Detection and Isolation: Robustness and Applications", *Contr. Eng. Practice* 5(5):671-682.
  15. O'Reilly, J. (1983), "Observer for Linear Systems", Academic Press.
  16. 黃道祥, "超音速風洞之穩健控制系統及錯誤診斷系統之設計", 國立交通大學電子研究所博士論文, 八十六年六月。