

截距法決定船位之向量解法

Vector Solutions of the Intercept Method for Determining Astronomical Vessel Positions

林銘智¹
Ming-Chih Lin

徐坤龍²
Kaun-Long Shyu

摘要

為策航行安全，當值航行員應以大部分時間擔任瞭望工作，停留於海圖室內時間愈短愈好。傳統解算及繪製船位之截距法繁複費時，本研究探討以向量解析法並配合應用電腦程式計算船位，較傳統解算及繪圖方法快速便捷。本研究首先說明截距法計算船位之原理，再將傳統截距法之解算及繪圖之過程以向量方法將其數學模式以聯立線性方程式表示，並用電腦程式求解此線性聯立方程式以求取船位。文中說明觀測二天體、三天體與多天體決定船位之計算方法，最後以四個案例將以傳統截距法繪製求取船位之結果及與本研究之電腦程式計算結果相比對，含緯度差、經度差及距離差，並以圖表顯示。研究結果可見傳統截距法繪圖所求取之船位與本研究之向量解法計算所得之結果均在天文航海船位容許誤差範圍內。應用本研究之向量解法及配合電腦計算船位較傳統之解算繪圖方式可節省時間與減少計算錯誤並降低繪圖之人為誤差。

關鍵詞：航海三角形、截距法、船位測定

ABSTRACT

For the safety of navigation, it is better for the duty officer to spend most of the time and effort on watch-keeping on the bridge rather than working in the chart room. The process of determining ship's position via traditional intercept method calculating and plotting has always been considered a complex and time consuming task. The motive of this research is to show that the vector solutions via computer computation can perform better than the traditional calculating and plotting in determining ship's position.

The paper first explained the principle of the intercept method. The mathematics model of the intercept method was implemented by the vector method. Simultaneous equations from the vector method were induced then solved by Gauss elimination method to obtain the ship's position. The mathematics model was then

¹ 台北海洋技術學院航海系講師兼海事訓練中心主任

² 國立臺灣海洋大學商船學系兼任教授

implemented through observations of two and three celestial bodies to determine ship's position. Finally, four cases were discussed to compare the differences in latitudes, longitudes, and distances between the readings obtained via traditional calculating and plotting and the results obtained from the present study. The comparison shows that there is no significant difference between the results obtained from the two methods mentioned above. Conclusion is drawn that the vector solutions via computer computation in determining ship's position performs better than the traditional calculating and plotting with the benefits of saving time and reducing possible personal errors.

Key words: Navigational triangle, Intercept method, Fix

壹、前言

航海術乃將船舶自甲地安全地引導至乙地之一種技術，其中船舶之引導乃須不斷地求取船位，如船位偏離預期航跡，則須加以修正，使船舶可順利抵達最終之目的港。由此可知，船位之求取為航海術中最重要之課題之一，在近代電子航海定位技術尚未普遍應用以前，船舶沿岸航行時均倚賴測定岸上或海上固定目標以求取船位；而船舶越洋航行時則須以觀測天體高度（Observed Altitude, Ho）並利用航海三角形求取天體計算高度（Computed Altitude, Hc）及天體計算方位角（Computed Azimuth, Az）；並求 Ho 及 Hc 之差為截距（Intercept, a），而以觀測天體時之船舶推算船位（Dead Reckoning, DR）決定假設船位（Assumed Position, AP）。自 AP 以計算天體方位角（Az）取截距（a）並作垂直於此截距端點之直線即為船舶所在位置線（Line of Position, LOP），此位置線實為一圓弧但於短距離內可視為一直線。

船舶航行中，於早晨或黃昏曙光時連續觀測 3 或 4 顆天體即可依前所述求得 3 或 4 條位置線，再依航向與航駛距離推移至同一時間求其位置線之交集點，即為所求之船位^{[1][2][3][4][5][6]}。

此一傳統之天文定位方法雖不及目前被廣泛使用之全球定位系統（Global Positioning System, GPS）船位精確與便利，但 GPS 會因不可預料因素如系統突然關閉或加入假信號等，其有不可預測之因素存在。因此聯合國海事組織（International Maritime Organization, IMO）對於航海人員訓練、發證及當值標準國際公約（The International Convention on Standard Training, Certification and Watch-keeping, STCW）之航海人員養成教育典型課程中，天文航海學為重要之必修課程。

因為 GPS 之方便性，使得近年來商船航行員對於前述以天文航海定位幾乎荒廢不用，完全倚賴電子航海儀器以獲得船位。電子航海儀器有系統故障、儀器故障、船舶電力供給故障或因系統建置國家某種原因而信號中斷等不可預測之因素存在；因此傳統觀測天體高度以截距法繪圖求取船位為航行員必備之強制性要求，近年實施之港口國監督（Port State Control, PSC）各國檢查員將天文航海技術

含解算與繪圖列為檢查項目之一。

天文船位之求解方法在天文航海教材中均有述及，除傳統解算方法外另有直接解觀測兩天體之觀測高度代入聯立等高度方程組(Simultaneous Equal-altitude Equations Method, SEEM)^[7]求取天文船位，而聯立等高度方程組所述兩星定位法在計算上較為煩雜及不便，而傳統之截距法計算船位有其優點及方便性^[8]。本文乃以向量解析法將傳統之截距法以求出船位位置線之聯立方程式，將繪圖之過程及解算聯立方程式加以電腦程式化以取代傳統繪圖之步驟，由電腦直接輸出船位。文中並以天文觀測三顆天體為例，求取其 H_o 及其 H_c 計算求取截距 a 、真方位 Z_n （由 Az 轉換）及假設船位 AP ，並使麥克脫投影（Mercator Projection）之空白海圖紙（以下簡稱麥氏空白海圖紙）繪製船舶位置。

傳統繪圖所求取之船位與本研究方法所求取之結果，經二者比對其差異應在天文航海容許誤差內。個人電腦在船上已相當普遍，航行員僅須將觀測資料輸入即可求取天文航海定位，如此可多加磨練測天技巧，並可與電子航儀測定之船位比對以增進航行安全。

貳、天文航海定位原理

以六分儀觀測天體高度(Altitude)及觀測天體高度瞬間之時間而求得：(1)天體在球面上的地理位置 X 點(Geographic Position, GP)， X 點之緯度=赤緯(Declination, Dec)， X 點之經度=格林威治時角(GHA)；並由推算船位(DR)得 (2)觀測者位置 Z 及(3)觀測者位置之近極 P_n （例圖為北半球），如圖 1 所示。

X 、 Z 及 P_n 三點在球面上構成一球面三角形或稱航海三角形，其三邊分別為(1)餘緯度 P_nZ (Co-latitude, $90^\circ - L$)，(2)餘高度 ZX (Co-altitude, $90^\circ - H$)或稱 Zenith Distance 天頂距)以及(3)極距 PX (Pole Distance 即 $90^\circ - D$)，圖中 D 為赤緯， D 在北半球時取正號， D 在南半球時取負號。

航海三角形其三內角分別為方位角 Az (Azimuth)，子午角 t (Meridian Angle) 以及天體角 $\angle P_nXZ$ (Parallactic Angle)^[1]，如下圖 1 之航海三角形 P_nZX 所示。

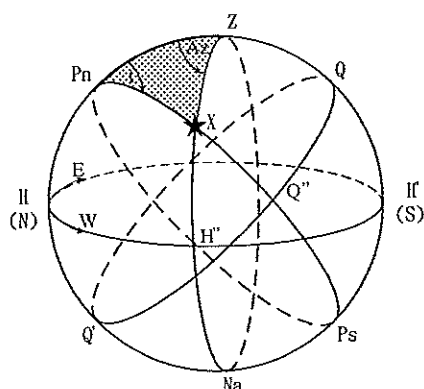


圖 1 天赤道與天水平座標系統

本研究以船位所在 $Lat=45^{\circ}N$ ， $t=75^{\circ}W$ ， $Dec=45^{\circ}N$ 為例繪製以天赤道與天水平座標系統之混合系統圖，形成航海三角形 $PnZX$ 。測天解算乃在求取觀測天體高度時之位置線，再由位置線推算出船位之方法，於圖 1 中之符號說明如表 1。

表 1 圖 1 之符號說明

Lat 或 L	觀測者或船位所在緯度(Latitude)。
t	子午角 (Meridian Angle)。
Dec	天體赤緯(Declination)。
N	北(North)。
S	南(South)。
HH'	天水平面(Celestial Horizon)。
QQ'	天赤道面(Celestial Equator)。
Pn	天北極(North Pole)。
Ps	天南極(South Pole)。
Z	觀測者或船位所在天頂點(Zenith)。
Na	觀測者或船位所在天底點(Nadir)。
X	天體。
Az	天體方位角(Azimuth)。
$\angle H'X$	天體高度。
$\angle ZQ$	觀測者所在緯度。
$\angle PnZ$	餘緯度= $90^{\circ}-L$ 。
$\angle ZNa$	垂直圈。
$\angle Q'X$	天體赤緯(Declination.)。
$\angle PnX$	極距。
$\angle ZX$	天頂距(餘高度)為 $90^{\circ}-H$ ， H 為天體高度。

由航海三角形 P_nZX 知及由球面三角學中之邊的餘弦律^[7]:

$$\cos Z_X = \cos P_nZ \cos P_nX + \sin P_nZ \sin P_nX \cos t$$

Z_X 表天頂距(餘高度)

P_nZ 表餘緯度

P_nX 表極距

t 表子午角

得如下(1)式所示。

$$\sin H = \sin L \sin D + \cos L \cos D \cos t \quad (1)$$

H 表天體高度

L 表觀測者所在之緯度

D 天體赤緯

上式中 L , D 之符號以 N(North)爲正(Plus), S(South)爲負(Minus), 而 t 之符號以 E(East)爲正, W(West)爲負。

由四部公式(Four-part Formula)求方位角 Az ^[7], 如(2)式所示:

$$\tan Az = \frac{\sin t}{\cos L \tan D - \sin L \cos t} \quad (2)$$

另外亦可用如(3)式之正弦定律計算方位角 Az

$$\sin Az = \frac{\sin t \cos D}{\cos H} \quad (3)$$

方位角所屬象限之判斷以子午角與對應之餘高度判斷其屬第一象限或第二象限, 如屬第二象限, 應先以 180° 減去補角後方爲所求之方位角。
本節公式中所述之 H 爲天體計算高度 (Computed Altitude, H_c)。

參、截距法測定天文船位之原理

天空中之天體與地球距離非常遙遠，除我們所在之太陽系中之太陽、月球以外，航海四行星：金、木、火、土與航海所用如天狼星（Sirius）等 173 顆恆星^[11]至地球均視為平行光，如圖 2 所示：

Z 表觀測者所在點。

X 表天體地理位置(GP)。

Ho 表天體高度。

觀測者位於地球表面上觀測天體（Celestial Bodies），所測得天體高度與觀測者所在位置線(LOP)之關係如圖 2：

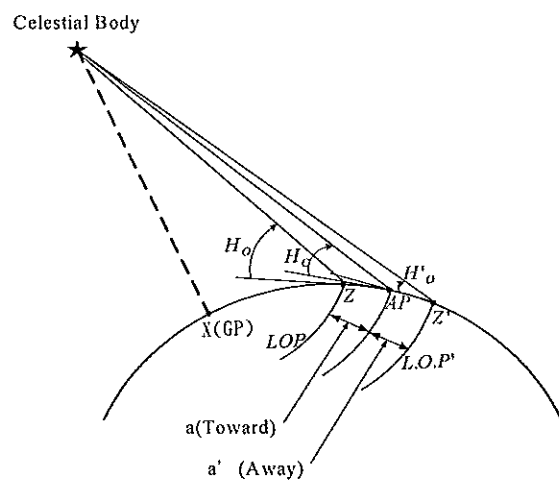


圖 2 天體高度與觀測者位置之關係圖

由圖 2 知觀測者所在乃以 X 在位置(G.P.)為圓心，ZX 或 Z'X(天頂距或稱餘高度)為半徑所作天體方位之圓弧（位置圈，Circle of Position）上，取位置圈上與天體方位垂直之一線段為位置線（Line of Position, LOP）。

Z 或 Z' 表觀測者所在之天頂點為真實船位在 LOP 上。取近於推算船位(Dead reckoning, DR)之假設船位(Assumed Position, AP)，AP 選取為與 DR 之緯度、經度不超過 30' 為原則但亦可以 DR 為 AP。

Ho (Observed Altitude) 表觀測者實際船位所在之天體觀測高度。

Hc 表以 AP 為船位所在之天體計算高度。

因 H_c 與 H_o 不等產生高度差，以截距 (Intercept, a) 表示。

若 $\angle PX < \angle APX$ 則 $H_c < H_o$ ， a 為向天體 (Toward, T) 於圖 2 以 a 表示；
若 $\angle PX > \angle APX$ 則 $H_c > H_o$ ， a 為離天體 (Away, A)，於圖 2 以 a' 表示。
此截距法求取位置線 LOP 與航海三角形之關係亦可由下圖 3 表示：

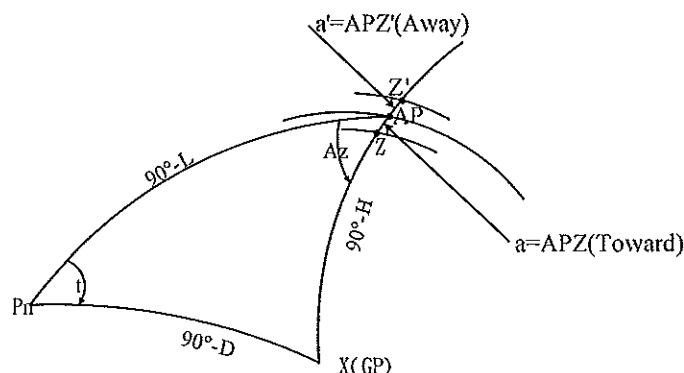


圖 3 航海三角形與觀測者位置之關係圖

觀測者所在乃以觀測天體 X 位置 (GP) 為圓心，觀測天體之天頂距或稱餘高度為半徑所作天體方位之圓弧上。Z 或 Z' 為觀測者所在之天頂點，其應於位置圈上之某一點。因此船位所在位置線 (LOP) 為以 AP, Zn 及 a 或 a' 作一垂直線垂直於位置圈上之一段短圓弧，而短圓弧可視為一直線，此即為所求之位置線。

肆、截距法求取船位之向量解析法

傳統繪圖法係於麥氏空白海圖紙上使用截距法繪製船舶位置線，空白海圖紙之作法，以推算船位所在緯度附近 2° 分別查美國實用航海學附錄 (Appendix of The American Practical Navigator)^[2]：漸長緯度單位 (Meridional Part, M)，並求取其漸長緯度單位差 (Difference of Meridional Parts, m)；設定經度寬度 1° 等於若干公分，再除以 60 ($1^\circ = 60'$) 所得商數再乘以 m，即為所求取之緯度 1° 長度，原則上取以 12 公分為緯度 $60'$ 之長度，如此在繪製 LOP 時可以方便使用製圖儀器以公分或公釐量取截距 a 之距離；船位或假設位置亦可方便量取使用。

以下將說明截距法求取船位之向量解析法：

1. 船位座標及符號之定義

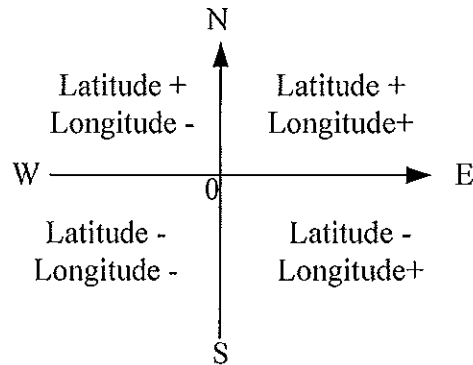


圖 4 船舶位置之經緯度符號(緯度 Latitude，經度 Longitude)

本研究分別以船舶位置位於北緯 (N)、東經 (E) (第 1 象限)，北緯 (N)、西經 (W) (第 2 象限)，南緯 (S)、西經 (W) (第 3 象限) 與南緯 (S) 東經 (E) (第 4 象限)，地球座標系統與平面坐標系統如圖 4 所示。

2. 座標原點之設定

以最小緯度整度數為 y 軸之原點、最小經度整度數為 x 軸之原點。例如：
若一船 DR 位於 $\text{Lat}45^{\circ}10' \text{ N}$ ， $\lambda 30^{\circ} 00' \text{ E}$ ，則座標原點為 $\text{Lat}45^{\circ} \text{ N}$ ， $\lambda 30^{\circ} \text{ E}$ ；
若一船 DR 位於 $\text{Lat}28^{\circ}04.5' \text{ N}$ ， $\lambda 42^{\circ} 31.8' \text{ W}$ ，則座標原點為 $\text{Lat}28^{\circ} \text{ N}$ ， $\lambda 43^{\circ} \text{ W}$

3. 截距法計算船位之數學模式

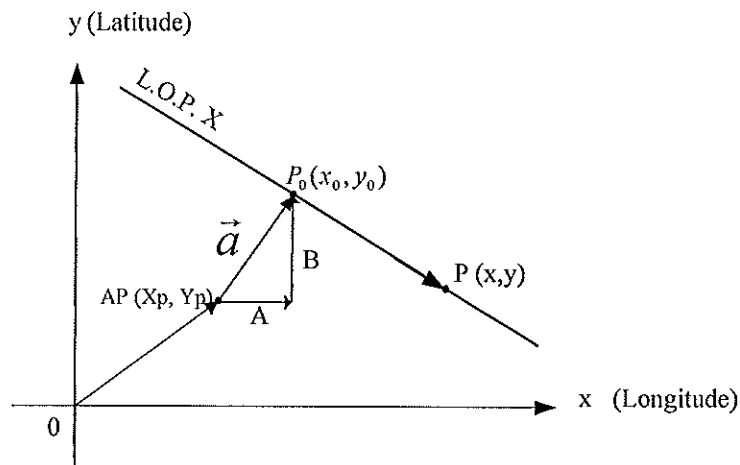


圖 5 截距法之座標系統

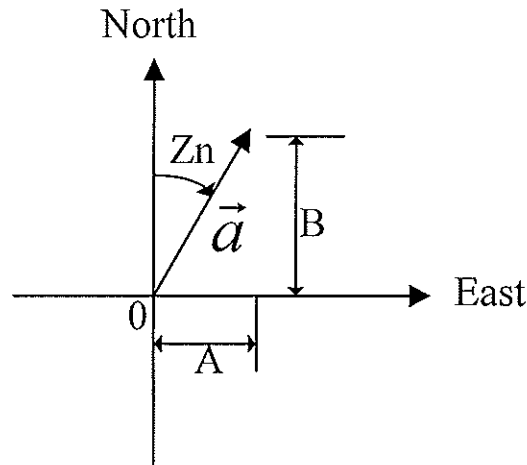


圖 6 截距向量圖(Intercept Vector)

如圖 5 及圖 6 所示：

$$x_0 = x_p + A \quad (4)$$

$$y_0 = y_p + B \quad (5)$$

x_p 為假設船位 AP 之 x 座標。

y_p 為假設船位 AP 之 y 座標。

x_0 為截距向量 $\vec{a}$ 之端點與位置線 LOP 垂足之 x 座標。

y_0 為截距向量 $\vec{a}$ 之端點與位置線 LOP 垂足之 y 座標。

A 為表截距向量 $\vec{a}$ 之水平分量。

B 為截距向量 $\vec{a}$ 之垂直分量。

LOP X 上 $\overrightarrow{P_0P}$ 之 向量 $\vec{L}$

$$\vec{L} = (x - x_0)\vec{i} + (y - y_0)\vec{j} \quad (6)$$

截距之真方位 (Zn) , $\vec{a}$ = 截距向量(Intercept Vector)

由圖 6 得截距向量之水平分量 A 如(7)式所示，垂直分量 B 如(8)式所示

$$A = a \sin Zn \quad (7)$$

$$B = a \cos Zn \quad (8)$$

截距向量 $\vec{a}$

$$\vec{a} = A\vec{i} + B\vec{j} \quad (9)$$

Line X 之 向量 $\vec{L}$ 與截距向量 $\vec{a}$ 垂直

$$\vec{L} \perp \vec{a}$$

$$\vec{L} \bullet \vec{a} = 0 \quad (10)$$

將(6)式及 (9)式代入(10)式得如下(11)式

$$Ax + By = Ax_0 + By_0 \quad (11)$$

令

$$C = Ax_0 + By_0 \quad (12)$$

則通過點 $P_0(x_0, y_0)$ 之直線 Line X 如(13)式所示

$$Ax + By = C \quad (13)$$

星體 1(Star 1)所對應假設船位 $AP1$ ，方位角 $Zn1$ ，截距 $\vec{a}_1$ 所對應船舶位置線 L_1 (LOP 1)如(14)式所示，星體 2(Star 2)所對應假設船位 $AP2$ ，方位角 $Zn2$ ，截距 $\vec{a}_2$ 所對應船舶位置線 L_2 (LOP 2)如(15)式所示，而星體 3(Star 3)所對應之假設船位 $AP3$ ，方位角 $Zn3$ ，截距 $\vec{a}_3$ 所對應船舶位置線 L_3 (LOP 3)則如(16)式所示。

4. 電腦程式解析之步驟

4.1 觀測兩顆星決定船位之計算

兩星計算方法可依據(13)式應用於星體 1 得如(14)式所示，而應用於星體 2 則如(15)式所示。

$$\text{Star 1:} \quad \text{LOP 1} \quad A_1x + B_1y = C_1 \quad (14)$$

$$\text{Star 2:} \quad \text{LOP 2} \quad A_2x + B_2y = C_2 \quad (15)$$

線性聯立方程式(14)及(15)式可直接求其解或可用本研究所用之高斯消去法 (Gauss Elimination Method)^[12]。 (14)及(15)之此解即所求之船位 1 (Vessel position 1)之座標 (X_1, Y_1) 。因僅觀測兩星其計算結果取 LOP 1 及 LOP 2 之交點即為所求之船位 $(\bar{X}_v, \bar{Y}_v)$ 。

4.2 觀測三顆星決定船位之計算

$$\text{Star 1:} \quad \text{LOP 1} \quad A_1x + B_1y = C_1 \quad (14)$$

$$\text{Star 2:} \quad \text{LOP 2} \quad A_2x + B_2y = C_2 \quad (15)$$

$$\text{Star 3:} \quad \text{LOP 3} \quad A_3x + B_3y = C_3 \quad (16)$$

由觀測三顆星所得之(14),(15)及(16)式之三個線性聯立方程式取其(14)及(15)中兩個方程式聯立解可得一解，即 LOP 1 及 LOP 2 之交點。

取(15)及(16)中兩個方程式聯立之並解求其解，即 LOP 2 及 LOP 3 之交點，即所求之船位 2(Vessel position 2)之座標 (X_2, Y_2) 。

取(16)及(14)中兩個方程式聯立，並其解可得 LOP 3 及 LOP 1 之交點，此解為所求之船位 3(Vessel position 3)之座標 (X_3, Y_3) 。

平均船位 $(\bar{X}_v, \bar{Y}_v)$ 取三點座標之平均值如(17)及(18)式所示。

$$\bar{X}_v = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3) \quad (17)$$

$$\bar{Y}_v = \frac{1}{3}(Y_1 + Y_2 + Y_3) \quad (18)$$

4.3 觀測多顆星決定船位之計算

如前項觀測三顆星決定船位之計算，加入星體 4 等並多個線性聯立方程式求解得之。

$$\text{Star 4:} \quad \text{LOP 4} \quad A_4x + B_4y = C_4 \quad (19)$$

5. 解算船位之電腦程式流程：

定位時間一般取整點鐘或半點鐘，測天解算時之 AP 依航向、航行距離移轉至定位時間，將 AP、Zn 及 a 輸入，並考慮 a 為 Toward 或 Away 選取，接著將截距轉換為向量以求取觀測每一天體之 LOP 線性方程式，以二個 LOP 線性方程式為一組求解船位，最後由各組船位計算平均船位，即獲得輸出船位，其流程如圖 7 所示。

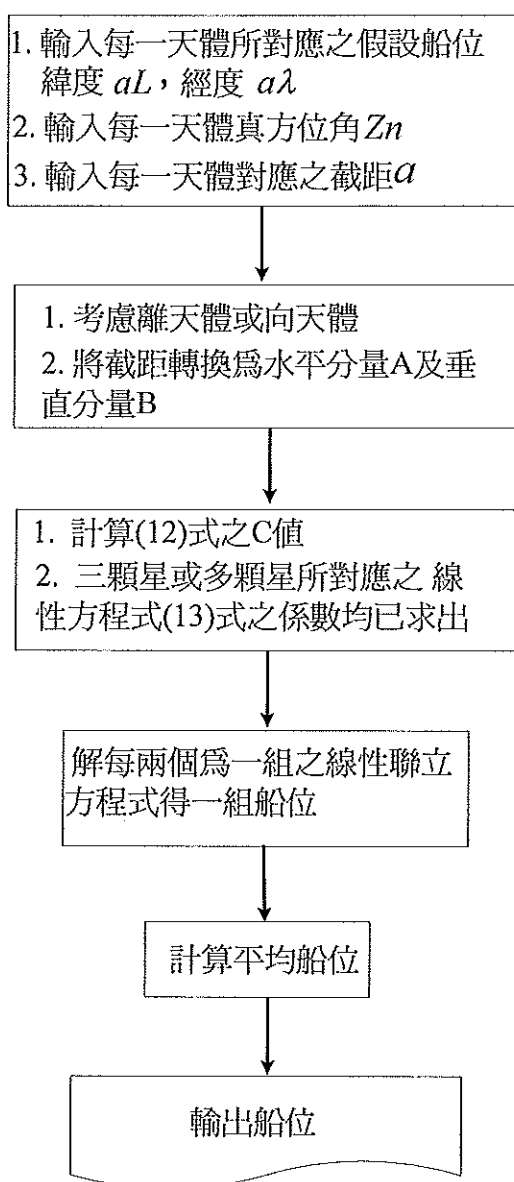


圖 7 解算船位之電腦程式流程

伍、截距法船位之繪圖結果與電腦程式輸出之比較

為驗證本研究之向量解析法之正確性及一般性，船位選取所在之地理位置為第一象限(North East)、二象限(North West)、三象限(South West)以及第四象限(South East)等四個象限為研究案例。

本研究中船位的求取分成兩種方式，一為以傳統截距法繪圖船位，另一種為向量解析法將定位資料輸入電腦以計算船位；兩種方法均需 AP、a 及 Zn 等資料，但因觀測天體時間並不相同，而定位時間均選擇觀測最後一顆天體時間或臨近之整鐘點或半鐘點，因此須將不同時間之 AP 或 LOP 依航向、航駛距離計算以移轉至同一定位時間求取船位。本節表 2 至表 5 四個案例所示之天體觀測資料均已依航向、航速以及觀測時間與定位時間差推算所得之 AP 亦即表中移轉後之 $aL, a\lambda$ ，再以表中之 AP 以為繪圖定位以及輸入電腦計算船位之依據。

案例一：

船舶位置位於第一象限(北緯(N)、東經(E))

一船 0616 DR 位於 Lat $45^{\circ}10'N$ ， $\lambda 30^{\circ}00'E$ ，航向 C 180° ，航速 20 節，觀測天體資料如表 1：

表 2：案例一觀測天體資料

天體 (Body)	Deneb	Antares	Vega
觀測時間 (ZT)	06h 09m 04s	06h 12m 05s	06h 16m 02s
(0616) 假設緯度 aL	$44^{\circ}57.5'N$	$44^{\circ}58.7'N$	$45^{\circ}N$
(0616) 假設經度 $a\lambda$	$30^{\circ}48.5'E$	$30^{\circ}52.4'E$	$30^{\circ}56.4'E$
天體真方位 Zn	066.4°	181.0°	095.1°
截距 a (Minutes)	6.8 Away	9.8 Toward	8.5 Away

求取 0616 之定位 (Fix)。

1. 截距法繪圖圖解方法如下：

$$\text{Lat. } 44^{\circ}N \quad M44=2929.8$$

$$\text{Lat. } 45^{\circ}N \quad M45=3013.6$$

$$\text{漸長緯度單位差} \quad m=83.8$$

$$\text{設經度 } 1^{\circ}=8.6\text{cm} \quad \text{則緯度 } 1^{\circ}=8.6\text{cm} \div 60 \times 83.8=12.01333\text{cm}, \text{取 } 12\text{cm}。$$

$$0616 \text{ 之定位 (Fix) : Lat } 44^{\circ}49.0'N, \lambda 30^{\circ}43.4'E$$

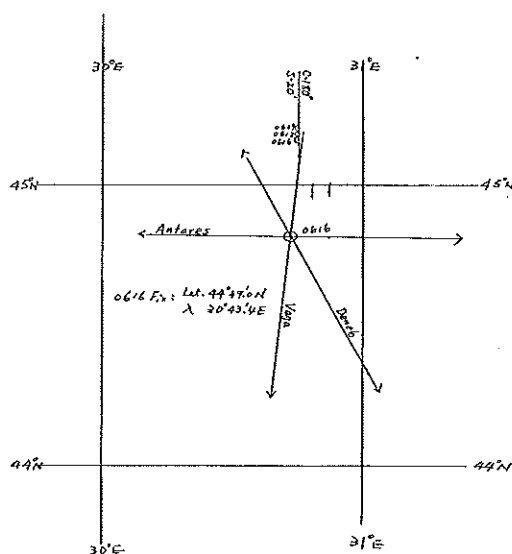


圖 8 船位在 1 象限(North East)

2. 電腦程式計算輸出如下：

表 3：案例一電腦程式計算結果

Item	Latitude (Minutes)	Longitude (Minutes)
LOP 1 & LOP 2	49.02994	44.86714
LOP 2 & LOP 3	48.99474	46.88406
LOP 3 & LOP 1	45.19053	46.54454
Average	47.73840	46.09858
Position	44° 47.73840'N	30° 46.09858'E

案例二：

船舶位置位於第二象限(北緯 (N)、西經 (W))

一船 1740 DR 位於 Lat28°04.5'N, λ42° 31.8'W，航向 C 100°，航速 12 節，觀測天體資料如下：

表 4：案例二觀測天體資料

天體 (Body)	Formalhaut	Deneb	Aldenbaran
觀測時間 (ZT)	17h 39m 18s	17h 40m 56s	17h 41m 39s
(1740) 假設緯度 aL	28° N	28° N	27° 59.9'N
(1740) 假設經度 aλ	42° 31.7'W	42° 29.0'W	42° 22.7'W
天體真方位 Zn	210.0°	308.7°	089.3°
截距 a (Minutes)	5.0 Away	6.0 Toward	6.0 Away

取 1740 之定位 (Fix)。

1. 繪圖圖解如下：

$$\begin{aligned} \text{Lat. } 28^{\circ} \text{ N} \quad \text{M28} &= 1740.4 \\ \text{Lat. } 29^{\circ} \text{ N} \quad \text{M29} &= 1808.3 \\ \hline m &= 67.9 \end{aligned}$$

設經度 $1^{\circ} = 10.6\text{cm}$ 則緯度 $1^{\circ} = 10.6\text{cm} / 60 \times 67.9 = 11.99567\text{cm}$ ，取 12cm 。
1740 之定位 (Fix)：Lat $28^{\circ} 06.6' \text{N}$ ， $\lambda 42^{\circ} 32.1' \text{W}$

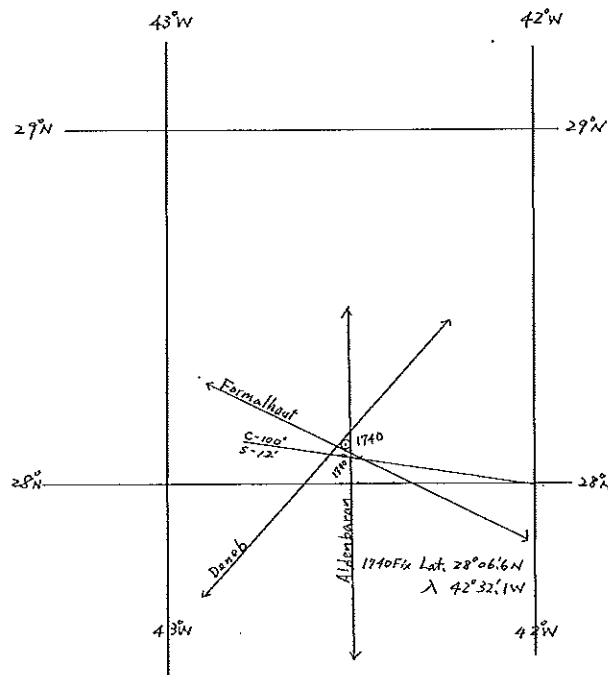


圖 9 船位在 2 象限(North West)

2. 電腦程式計算輸出如下：

表 5：案例二電腦程式計算結果

Item	Latitude (Minutes)	Longitude (Minutes)
LOP 1 & LOP 2	5.91669	-31.94792
LOP 2 & LOP 3	9.81888	-28.82168
LOP 3 & LOP 1	4.07122	-28.75145
Average	6.60226	-29.84035
Ship Position	$28^{\circ} 06.60226' \text{N}$	$42^{\circ} 29.84035' \text{W}$

案例三：

船舶位置位於第三象限(南緯(S)、西經(W))

一船 1800 DR 位於 Lat $35^{\circ}13.0'S$, $\lambda 4^{\circ}40.0'W$, 航向 C 220° , 航速 18 節, 觀測天體資料如下：

表 6：案例三觀測天體資料

天體 (Body)	Altair	Peacock	Spica
觀測時間 (ZT)	17h 57m 52s	18h 04m 02s	18h 07m 21s
(1800) 假設緯度 aL	$35^{\circ}00.5'S$	$34^{\circ}59.1'S$	$34^{\circ}58.4'S$
(1800) 假設經度 a λ	$4^{\circ}21.1'W$	$4^{\circ}13.1'W$	$5^{\circ}06.5'W$
天體真方位 Zn	038.7°	142.8°	273.3°
截距 a (Minutes)	22.4 Away	9.6 Away	15.2 Away

求取 1800 之定位 (Fix)。

1. 繪圖圖解如下：

$$\text{Lat.} 35^{\circ} \text{ N } M35=2231.1$$

$$\text{Lat.} 36^{\circ} \text{ N } M36=2304.5$$

$$m = 73.4$$

設經度 $1^{\circ} = 9.8\text{cm}$ 則緯度 $1^{\circ} = 9.8\text{cm} / 60 \times 73.4 = 11.98867\text{cm}$, 取 12cm 。

1800 之定位 (Fix) : Lat $35^{\circ}10.1'S$, $\lambda 4^{\circ}49.0'W$

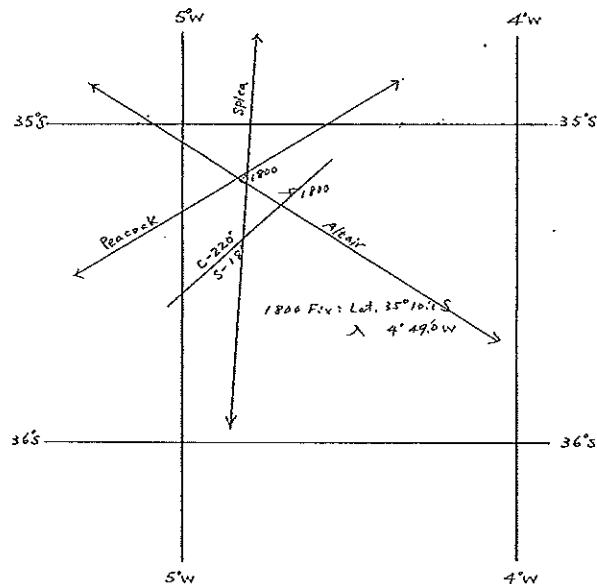


圖 10 船位在 3 象限(South West)

2. 電腦程式計算輸出如下：

表 7：案例三電腦程式計算結果

Item	Latitude (Minutes)	Longitude (Minutes)
LOP 1 & LOP 2	-10.67422	15.77330
LOP 2 & LOP 3	-16.83060	7.66257
LOP 3 & LOP 1	-4.73505	8.35999
Average	-10.74663	10.59862
Ship Position	35° 10.74663'S	4° 49.40138'W

案例四：

船舶位置位於第四象限(南緯(S)、東經(E))

一船 0515 D.R.位於 Lat35°09.2'S, λ 119° 13.7'E, 航向 C 176° , 航速 14.5 節, 觀測天體資料如下：

表 8：案例四觀測天體資料

天體 (Body)	Antares	Acrux	Regulus
觀測時間 (ZT)	05h 15m 00s	05h 19m 00s	05h 25m 00s
(0525) 假設緯度 aL	35° 02.4'S	35° 01.4'S	35° 00.0'S
(0525) 假設經度 $a\lambda$	118° 56.2'E	119° 18.0'E	119° 27.9'E
天體真方位 Zn	093.6°	189.5°	311.0°
截距 a (Minutes)	20.3 Toward	18.1 Toward	7.6 Away

求取 0525 之定位 (Fix)。

1. 繪圖圖解如下：

$$\begin{aligned} & \text{Lat. } 35^\circ \text{ N} \quad M35=2231.1 \\ & \text{Lat. } 36^\circ \text{ N} \quad M36=2304.5 \\ & m = 73.4 \end{aligned}$$

設經度 $1^\circ = 9.8\text{cm}$ 則緯度 $1^\circ = 9.8\text{cm} / 60 \times 73.4 = 11.98867\text{cm}$, 取 12cm 。
0525 之定位 (Fix)：Lat 35° 19.7'S, λ 119° 19.4'E

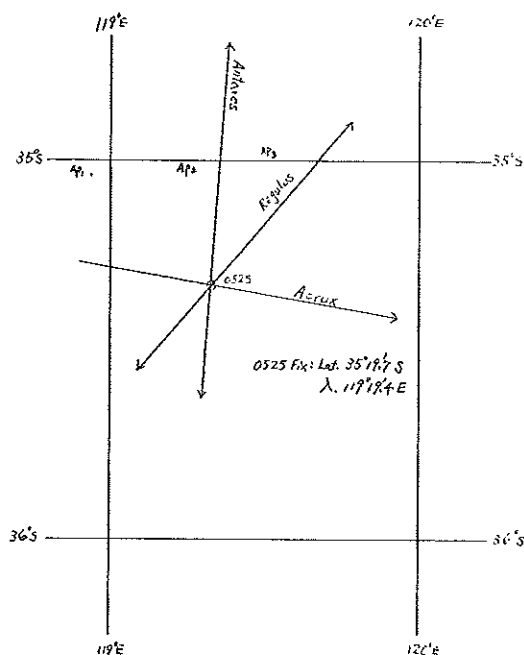


圖 11 船位在 4 象限(South East)

2. 電腦程式計算輸出如下：

表 9：案例四電腦程式計算結果

Item	Latitude (Minutes)	Longitude (Minutes)
LOP 1 & LOP 2	-19.32921	15.47515
LOP 2 & LOP 3	-20.16077	20.44439
LOP 3 & LOP 1	-26.38811	15.03104
Average	-21.95936	16.98353
Ship Position	35° 21.95936'S	119° 16.98353'E

陸、結果與討論

船舶於越洋航行時觀測天體，使用麥克脫投影之空白海圖紙以截距法繪製觀測天體之天文位置線以求取船位，以一位有經驗且熟練之航行員作 3 或 4 顆天體之觀測，由計算至繪製船位完成，一般約需 12 至 15 分鐘；以一艘現代船舶 24 節航速計算，船舶航駛距離達 4.8 至 6 浬。為策航行安全當值航行員應以大部分時間擔任瞭望工作，而停留於海圖室以時間愈少愈好。此截距法之計算以及船位之繪製繁複及費時，因而引起本研究之動機，即能準確、快速、便捷之數學向量解析法並應用電腦程式解算，取代傳統之計算及繪圖方法，以節省時間減少人為計算及繪圖誤差。

本研究以船舶所在之四個不同半球位置為例，首先以傳統截距法繪圖求取船位；再以向量解析法及以電腦程式解算求取之船位與前述之結果相比對。

以下為兩種方法計算船位比對結果分別表列如表 10 至表 13 所示，表中顯示繪圖船位與電腦程式計算船位之緯度、經度，而緯度差，經度差以分(Minutes)表示而船位距離差別則以浬表示。

案例一：

船舶位置位於第一象限(北緯(N)、東經(E))

表 10：案例一繪圖船位與電腦輸出船位結果

Item	Position	Latitude	Longitude	Distance difference
①	Plotted	44° 49.0'N	30° 43.4'E	2.3 Nautical Miles
②	Computed	44° 47.73840'N	30° 46.09858'E	
③	①-②	1.3'	2.7'	

案例二：

船舶位置位於第二象限(北緯(N)、西經(W))

表 11：案例二繪圖船位與電腦程式計算船位結果

Item	Position	Latitude	Longitude	Distance difference
①	Plotted	28° 06.6'N	42° 32.1'W	2.0 Nautical Miles
②	Computed	28° 06.60226'N	42° 29.84035'W	
③	①-②	0.0'	2.3'	

案例三：

船舶位置位於第三象限(南緯(S)、西經(W))

表 12：案例三繪圖船位與電腦程式計算船位結果

Item	Position	Latitude	Longitude	Distance difference
①	Plotted	35° 10.1'S	4° 49.0'W	0.8 Nautical Mile
②	Computed	35° 10.74663'S	4° 49.40138'W	
③	①-②	0.7'	0.4'	

案例四：

船舶位置位於第四象限(南緯(S)、東經(E))

表 13：案例四繪圖船位與電腦程式計算船位結果

Item	Position	Latitude	Longitude	Distance difference
①	Plotted	35° 19.7'S	119° 19.4'E	3.0 Nautical Miles
②	Computed	35° 21.95936'S	119° 16.98353'E	
③	①-②	2.3'	2.4'	

以上四個研究案例分別以截距法繪圖船位與電腦程式計算之結果，其船位距離之差別依次分別為 2.3 浬、2.0 浬、0.8 浬、3.0 浬，最小為 0.8 浬，最大為 3.0 浬。

使用麥氏投影之空白海圖紙以截距法繪製船位，其誤差產生之原因如下各項所述：

1. 製作空白繪圖紙時，經度與緯度未相垂直。
2. 緯度與經度比例尺不正確。
3. 位置線方位量取不正確。
4. 位置線平行移轉不確實。
5. 截距與位置線未垂直。
6. 截距距離量取不確實。
7. 鉛筆繪圖時未垂直於圖紙。
8. 由船位點量取經、緯度不正確。
9. 繪圖筆不尖，造成線條太粗。
10. 位置三角形之平均點量取不正確。

由於上述之截距法繪製船位時可能產生誤差之原因而產生與電腦計算結果之些微差異。

柒、結論

今日船舶電子導航定位儀器異常進步，不但準確且便利，但終究有其限制；傳統航海之截距法繪圖求取船位方法雖不及今日為多數航行員所接受之 GPS 導航儀準確與便利，但截距法繪圖求取船位確是最可靠的。本研究結論如下：

- 一、GPS 等電子航海儀器有系統故障、儀器故障、船舶電力供給故障或因系統建置國家政治或軍事等原因而中斷等不可預測之因素存在；因此傳統觀測天體高度以截距法繪圖求取船位為航行員必備之強制性要求，近年實施之港口國監督 (Port State Control, PSC) 各國檢查員將天文航海技術解算列為檢查項目之一。

- 二、由於截距法計算及繪圖求取船位之方法較費時間，為改善繁複計算與費時之缺點，如以本研究之向量解析法以求取計算船位之方法以計算船位。當值航行員以六分儀觀測天體高度直接輸入電腦即可獲得船位。於平時可與精準之GPS 船位互相比對，如此不但能提高航行安全，也符合航海人員訓練、發證及當值標準國際公約（STCW）要求，達到以各種方法求取船位之目的。
- 三、航行員除了可達到聯合國海事組織（IMO）訓練、當值之目的與港口國監督（PSC）之要求，使船舶航行更安全及運航更順利之目的。

符號說明

A	離天體 (Away)。
AP	假設位置。
Az	天體方位角(Azimuth)。
a	截距。
aL	假設緯度
$a\lambda$	假設經度
$\vec{a}$	截距向量
Dec 或 D	天體赤緯(Declination)。
DR	推算船位。
E	East 東之縮寫。
GP	天體之地理位置。
H	天體高度(Altitude)。
H_c	天體計算高度(Computed Altitude)。
HH'	天水平面(Celestial Horizon)。
H_o	天體觀測高度(Observed Altitude)。
$H''X$	垂直圈上之天體高度寫。
hms	時， 分， 秒
Lat 或 L	觀測者或船位所在緯度(Latitude)。
LOP	位置線(Line of Position)。
M	漸長緯度單位(Meridional Part)。
m	漸長緯度單位差。
N	北(North)。
Na	觀測者或船位所在天底點(Nadir)。
P_n	北極或天北極(North Pole)。
P_s	南極或天南極(South Pole)。

QQ'	天赤道面(Celestial Equator)。
S	南(South)。
T	向天體(Toward)。
t	子午角 (Meridian Angle) 。
W	西(West)。
X	天體
x_0	截距 a 端點與位置線 LOP 垂直之 x 座標
x_p	假設位置 AP 之 x 座標
y_0	截距 a 端點與位置線 LOP 垂直之 y 座標
y_p	假設位置 AP 之 y 座標
Z	觀測者或船位所在天頂點(Zenith)。
ZD (or $Co-H$)	天頂距或餘高度
Zn	天體真方位。
λ	經度(Longitude)。

參考文獻

1. Cutler, Thomas J., "*Dutton's Nautical Navigation*", 15th edition, Naval Institute Press, Maryland, pp. 201-214, pp. 319-340, 2004.
2. Bowditch, Nathaniel, "*The American Practical Navigator*", NIMA, U. S. Government, pp. 217-315, pp. 667-670, 2002.
3. Coolen, Edward J., "*Nicholls's Concise Guide, Volume P*", Brown, Son & Ferguson, Ltd. pp. 651-686, 1987.
4. Bowditch, Nathaniel, "*The American Practical Navigator, Volume P*", DMAHTC, U. S. Government, pp. 355-478, pp. 539-643, 1984.
5. 薩師洪, 航海學 第二部天文航海, 文笙書局, 台北, pp. 50-71, 2003。
6. 周和平, 天文航海學, 周氏兄弟出版社, 台北, pp. 31-55, pp. 263-280, 1998。
7. Chen, C. L., Hsu, T. P. and Chang, J. R., "A Novel Approach to Determine the Astronomical Vessel Position," *Journal of Marine Science and Technology*, Vol. 11, No. 4, pp. 221-235, 2003.
8. Pepperday, Mike, "The Two-Body Problem At Sea," *The Journal of Navigation*, Vol. 45, pp. 138-142, 1992.
9. Chang, J. R., Chen, C. L., and Hsu, T. P., "Responses to Comments on: A Novel

Approach to Determine the Astronomical Vessel Position,” *Journal of Marine Science and Technology*, Vol. 12, No. 2, pp. 128-131, 2003.

10. 謝宗軒，天文觀測定位之計算軟體開發，國立台灣海洋大學商船系碩士論文，pp.1-15,2007。
11. Her Majesty’s Stationery Office, “*Nautical Almanac for The Year 1998*”.
12. Yakowitz, Sidney and Szidarovszky, Ferenc, “*An Introduction to Numerical Computations*”, Macmillan Publishing Publishers, pp. 47-73, 1989.
13. Hildebrand, Francis B., “*Advanced Calculus for Applications*”, Prentice-Hall, Inc. pp. 269-293, 1976.